ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΤΑΙΡΕΙΑ ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ ΗΜΑΘΙΑΣ

9ος Ημαθιώτικος Μαθητικός Διαγωνισμός στα Μαθηματικά

«Κ. ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ»

Σάββατο 28 Ιανουαρίου 2017

<u>Α΄ Γυμνασίου</u>

<u>Θέμα 1ο</u>

Δίνονται οι παραστάσεις $\mathrm{A}=\left(2^{5}-3^{3}\right):5+\left(6{,}4-5\right)\cdot\dfrac{20}{4}$ και $\mathrm{B}=18\cdot\left(1-\dfrac{1}{2}:\dfrac{3}{4}\right)\cdot\left(1\dfrac{3}{6}-1\right)$

α) Να υπολογίσετε τις τιμές των παραστάσεων Α και Β. **(2 ΜΟΝ.)**

β) Να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης $\mathrm{A}^{2}+\mathrm{B}^{2}+\mathrm{A}\cdot\mathrm{B}+1$ **(2 ΜΟΝ.)**

γ) Αν οι κ,λ είναι αντίστροφοι αριθμοί, να υπολογίσετε την τιμή της παράστασης **(1 ΜΟΝ.)**

$$\left(\kappa\cdot\lambda\right)^{2017}+\kappa\left(\lambda+\frac{1}{\kappa}\right)$$

<u>ΛΥΣΗ</u>

α)

$$\mathrm{A}=\left(2^{5}-3^{3}\right):5+\left(6{,}4-5\right)\cdot\frac{20}{4}$$
$$\mathrm{A}=\left(32-27\right):5+1{,}4\cdot5$$
$$\mathrm{A}=5:5+7$$
$$\mathrm{A}=1+7$$
$$\mathrm{A}=8$$

$$\mathrm{B}=18\cdot\left(1-\frac{1}{2}:\frac{3}{4}\right)\cdot\left(1\frac{3}{6}-1\right)$$
$$\mathrm{B}=18\cdot\left(1-\frac{1}{2}\cdot\frac{4}{3}\right)\cdot\left(\frac{9}{6}-1\right)$$
$$\mathrm{B}=18\cdot\left(1-\frac{2}{3}\right)\cdot\left(\frac{9}{6}-\frac{6}{6}\right)$$
$$\mathrm{B}=1\cancel{8}\cdot\frac{1}{\cancel{3}}\cdot\frac{3}{\cancel{6}}$$
$$\mathrm{B}=3$$

β) $A^{2}+B^{2}+A\cdot B+1=8^{2}+3^{2}+3\cdot8+1=64+9+24+1$

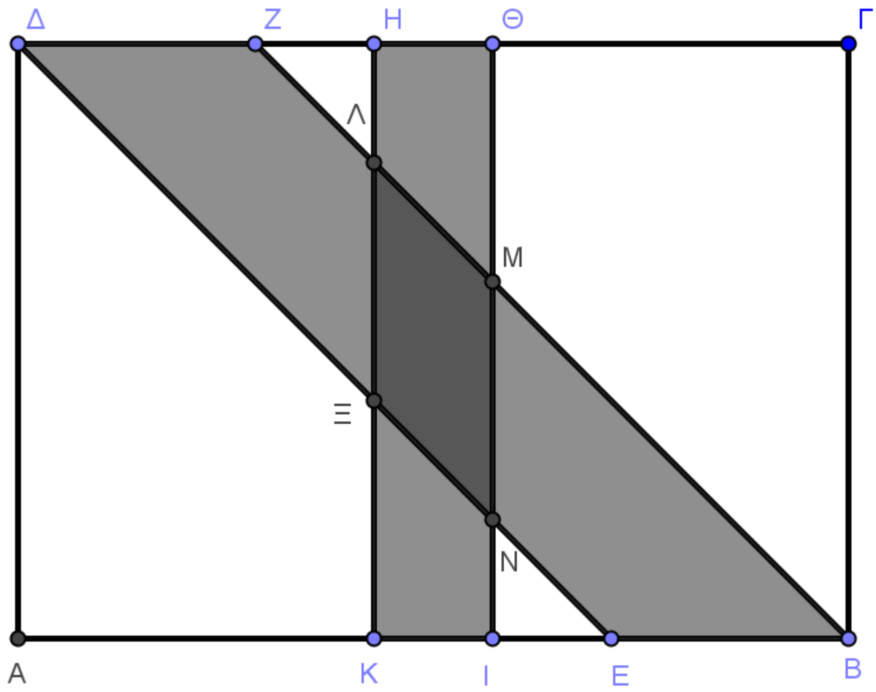
γ) $\left(\kappa\cdot\lambda\right)^{2017}+\kappa\left(\lambda+\dfrac{1}{\kappa}\right)=1^{2017}+\kappa\cdot\lambda+\kappa\cdot\dfrac{1}{\kappa}=1+1+1=3$

Θέμα 2ο

Το διπλανό χωράφι ΑΒΓΔ είναι σχήματος ορθογωνίου με πλευρές ΑΒ=7εκ. και ΑΔ=5εκ. από το οποίο διέρχονται δύο δρόμοι. Ακόμη, δίνεται ότι ΛΞ=2εκ. ΔΖ = ΒΕ = 2εκ και ΗΘ = ΚΙ = 1εκ.

α) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωραφιού ΑΒΓΔ. **(1 ΜΟΝ.)**

β) Να υπολογίσετε το εμβαδόν του χωρίου ΛΜΝΞ. **(2 ΜΟΝ.)**



γ) Να υπολογίσετε το εμβαδόν της επιφάνειας που καλύπτεται από δρόμους. **(2 ΜΟΝ.)**

ΛΥΣΗ

α) $\mathrm{E}_{\mathrm{ΑΒΓΔ}=}\mathrm{ΑΒ}\cdot\mathrm{ΑΔ}=5\cdot 7=35\ \tau\varepsilon\kappa.$

β) $\mathrm{E}_{\mathrm{ΛΜΝΞ}=}\mathrm{ΛΞ}\cdot\mathrm{ΗΘ}=2\cdot 1=2\ \tau\varepsilon\kappa.$

γ) $\mathrm{E}=\mathrm{E}_{\mathrm{ΔΖΕΒ}}+\mathrm{E}_{\mathrm{ΗΘΙΚ}}-\mathrm{E}_{\mathrm{ΛΜΝΞ}}=\mathrm{ΕΒ}\cdot\mathrm{ΑΔ}+\mathrm{ΚΙ}\cdot\mathrm{ΚΗ}-2=2\cdot 5+1\cdot 5-2=13\ \tau\varepsilon\kappa.$

Θέμα 3ο

Ένας διψήφιος αριθμός είναι **πενταπλάσιος** από το άθροισμα των ψηφίων του.

α) Να δικαιολογήσετε πλήρως ότι το ψηφίο των μονάδων του είναι 0 ή 5. **(2 ΜΟΝ.)**

β) Να βρεθούν οι αριθμοί αυτοί. Να δικαιολογήσετε την απάντηση σας. **(3 ΜΟΝ.)**

ΛΥΣΗ

Α) Αφού ο αριθμός είναι πολλαπλάσιο του 5 άρα το τελευταίο του ψηφίο θα είναι 0 ή 5

Β)Έστω ότι ο αριθμός είναι της μορφής αβ ή αλλιώς 10α+β

Αφού το τελευταίο του ψηφίο είναι 0ή 5 θα έχουμε:

Για β=0 $10a = 5a \Leftrightarrow \alpha = 0$ άτοπο

Για β=5 $10a + 5 = 5(a + 5) \Leftrightarrow \alpha = 4$

Άρα ο ζητούμενος αριθμός είναι 45.

Θέμα 4^{ο}

Στο 8ο Πανελλήνιο Μαθηματικό Καλοκαιρινό Σχολείο της Νάουσας συμμετείχαν συνολικά **2017 μαθητές** (αγόρια και κορίτσια) από **8 τάξεις** (Ε' Δημοτικού έως και Γ' Λυκείου) από **9 νομούς.**

α) Να δικαιολογήσετε ότι υπήρχαν τουλάχιστον **1009 μαθητές** του ίδιου φύλου. **(2 ΜΟΝ.)**

β) Να δικαιολογήσετε ότι υπήρχαν **15 μαθητές** του ίδιου φύλου, ίδιας τάξης και από τον ίδιο νομό. **(3 ΜΟΝ.)**

ΛΥΣΗ

Α) Αφού $2017 = 2 \cdot 1008 + 1$ άρα θα υπάρχουν τουλάχιστον 1009 μαθητές του ίδιου φύλου (1008+1)

Β) Του ίδιου φύλου θα είναι 1009 τουλάχιστον μαθητές

Της ίδιας τάξης $1009 = 8 \cdot 126 + 1$ άρα από την ίδια τάξη θα είναι 127 τουλάχιστον μαθητές (126+1)

Τέλος από τον ίδιο νομό $127 = 9 \cdot 14 + 1$δηλαδή 14+1=15 μαθητές

Σας ευχόμαστε επιτυχία!