

## ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΘΕΜΑΤΩΝ ΚΑΡΑΘΕΟΔΩΡΗ (Σχολ. έτος 2008-09)

### ΘΕΜΑ 1<sup>ο</sup>

Σχεδιάζουμε με τελείες πάνω σε μια ευθεία τα άτομα που περιμένουν στη σειρά. Συμφωνούμε, αυτός που είναι πιο μπροστά από κάποιον άλλο να βρίσκεται στα δεξιά του στα σχεδιαγράμματα που ακολουθούν.

Τοποθετούμε πρώτα τον Βασίλη (σημείο Β) πάνω στην ευθεία και κατόπιν την Αθηνά (σημείο Α) που βρίσκεται 3 θέσεις μπροστά από τον Βασίλη (Σχεδιάγραμμα 1).

Βάζουμε ακόμη 3 τελείες στα δεξιά του σημείου Α, ώστε μπροστά από τον Βασίλη να βρίσκονται 6 άτομα (Σχεδιάγραμμα 2). Βάζουμε 4 ακόμη τελείες αριστερά του Β, ώστε η Αθηνά να έχει πίσω της 7 άτομα (Σχεδιάγραμμα 3).

Στο τελευταίο σχεδιάγραμμα βλέπουμε ότι υπάρχουν 11 τελείες, άρα υπάρχουν συνολικά στη σειρά 11 άτομα.



Σχεδιάγραμμα 1



Σχεδιάγραμμα 2



Σχεδιάγραμμα 3

## ΘΕΜΑ 2<sup>ο</sup>

Μετατρέπουμε πρώτα τους δεκαδικούς σε κλάσματα:

$$0,7 = \frac{7}{10}, \quad 0,5 = \frac{5}{10}, \quad 0,1 = \frac{1}{10}$$

$$\text{ΕΚΠ}(2,3,4,6,10,12,60) = 60$$

Μετατρέπουμε όλους τους αριθμούς σε κλάσματα με παρονομαστή 60:

$$1^{\text{η}} \text{ γραμμή: } \frac{1}{4} = \frac{15}{60}, \quad 1 = \frac{60}{60}, \quad 0,7 = \frac{7}{10} = \frac{42}{60}, \quad \frac{2}{3} = \frac{40}{60}$$

$$2^{\text{η}} \text{ γραμμή: } \frac{5}{60}, \quad \frac{1}{3} = \frac{20}{60}, \quad \frac{1}{2} = \frac{30}{60}, \quad \frac{1}{10} = \frac{6}{60}$$

$$3^{\text{η}} \text{ γραμμή: } 0,5 = \frac{5}{10} = \frac{30}{60}, \quad \frac{1}{6} = \frac{10}{60}, \quad \frac{1}{3} = \frac{20}{60}, \quad 0,1 = \frac{1}{10} = \frac{6}{60}$$

$$4^{\text{η}} \text{ γραμμή: } \frac{3}{2} = \frac{90}{60}, \quad \frac{1}{12} = \frac{5}{60}, \quad 1 = \frac{60}{60}$$

Το τετράγωνο τώρα είναι το παρακάτω:

Για να μεταβούμε από το Α στο Β πρέπει να κάνουμε 3 οριζόντιες διαδρομές και 3 κατακόρυφες. Το άθροισμα που θέλουμε είναι ίσο με  $2 = \frac{120}{60}$  και είναι το άθροισμα 7 τετραγώνων

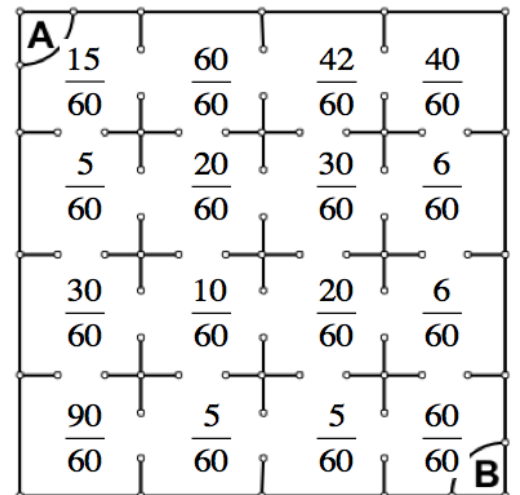
(τα 6 της διαδρομής συν το τετράγωνο Α).

Από τα 7 τετράγωνα, τα δύο είναι τα Α και Β με

$$\text{άθροισμα } \frac{15}{60} + \frac{60}{60} = \frac{75}{60}.$$

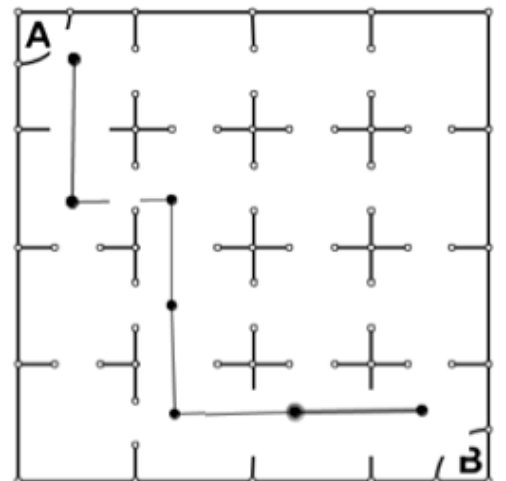
Τα υπόλοιπα 5 τετράγωνα πρέπει να έχουν

$$\text{άθροισμα } \frac{120}{60} - \frac{75}{60} = \frac{45}{60}.$$



Η μόνη διαδρομή που μπορεί να δώσει το άθροισμα αυτό, είναι αυτή του διπλανού σχήματος, δηλ.

$$\frac{5}{60} + \frac{20}{60} + \frac{10}{60} + \frac{5}{60} + \frac{5}{60} = \frac{45}{60}.$$



### ΘΕΜΑ 3<sup>ο</sup>

**α)** Το έτος 1800 διαιρείται ακριβώς δια 30 ( $1800:30=60$ )

Τα έτη μετά το 1800 που διαιρούμενα δια 30 αφήνουν υπόλοιπο 13 είναι τα:

$$1800+13=1813$$

$$1813+30=1843$$

$$1843+30=\mathbf{1873}$$

(το  $1873+30=1903$  ανήκει στον 20<sup>ο</sup> αιώνα)

**β)** Το 1800 διαιρούμενο δια 31 δίνει πηλίκο 58 και υπόλοιπο 2, δηλ. κατά 11 μικρότερο του 13

Το 1<sup>ο</sup> έτος μετά το 1800 που διαιρούμενο δια 31 αφήνει υπόλοιπο 13 είναι το  $1800+11=1811$ .

Τα επόμενα έτη που διαιρούμενα με το 31 αφήνουν υπόλοιπο 13 είναι τα

$$1811+31=1842$$

$$1842+31=\mathbf{1873}$$

(το  $1873+31=1904$  ανήκει στον 20<sup>ο</sup> αιώνα)

**γ)** Από τα (α) και (β) προκύπτει ότι το έτος γέννησης του Καραθεοδωρή είναι το **1873**.

**δ)** Για να διαιρείται ένας αριθμός δια 2 πρέπει να λήγει σε 0 ή 2 ή 4 ή 6 ή 8.

Για να διαιρείται δια 5 πρέπει να λήγει σε 0 ή 5.

Άρα, για να διαιρείται ταυτόχρονα δια 2 και 5 πρέπει να λήγει σε 0.

Επομένως, το έτος θανάτου του Καραθεοδωρή είναι κάποιο από τα

1910, 1920, 1930, 1940, 1950, 1960, 1970, 1980, 1990

Για να διαιρείται ένας αριθμός δια 4 πρέπει το τελευταίο διψήφιο τμήμα του να διαιρείται δια 4. Επειδή οι αριθμοί 1920, 1940, 1960, 1980 διαιρούνται δια 4, απομένουν οι αριθμοί 1910, 1930, 1950, 1970, 1990.

Για να διαιρείται ένας αριθμός δια 3, πρέπει το άθροισμα των ψηφίων του να διαιρείται δια 3.

Από τα έτη που έμειναν, αυτό συμβαίνει μόνο στο 1950 ( $1+9+5+0=15=3\cdot 5$ )

Άρα ο Καραθεοδωρή πέθανε το 1950.

**ε)** Αφού ο Καραθεοδωρή γεννήθηκε το 1873 και πέθανε το 1950, έζησε  $1950-1873=77$  χρόνια)

**ΣΗΜΕΙΩΣΗ** (εκτός λύσης)

Ο μεγάλος μαθηματικός Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή γεννήθηκε στο Βερολίνο της Γερμανίας την 13<sup>η</sup> Σεπτ. 1873 και πέθανε στο Μόναχο της Γερμανίας την 2<sup>η</sup> Φεβρ. 1950 αφήνοντας πίσω του ένα πολύ μεγάλο έργο.

## ΘΕΜΑ 4<sup>ο</sup>

Ονομάζουμε Α και Β τους δύο δίσκους της ζυγαριάς.

**α)** Για να ζυγίσουμε βάρος 6 γραμ., θέτουμε στον δίσκο Α ένα βάρος των 15 γραμ. και στον δίσκο Β ένα βάρος των 9 γραμμαρίων.

Για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει να τοποθετήσουμε στον δίσκο Β βάρος  $15-9=6$  γραμ.

**β)** Για να ζυγίσουμε βάρος 12 γραμ. τοποθετούμε στον δίσκο Α βάρος 21 γραμ. και στον δίσκο Β βάρος 9 γραμ. Για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει να τοποθετήσουμε στον δίσκο Β βάρος  $21-9=12$  γραμ.

**γ)** Για να ζυγίσουμε βάρος 3 γραμ. τοποθετούμε στον δίσκο Α 2 βάρη 9 γραμ. και 15 γραμ. και στον δίσκο Β βάρος 21 γραμ. Για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει να τοποθετήσουμε στον δίσκο Β βάρος  $9+15-21=3$  γραμ.

**δ)** Όλα τα σταθμά που έχουμε στη διάθεσή μας είναι πολλαπλάσια του 3. Κάθε βάρος που ζυγίζουμε είναι το άθροισμα ή διαφορά τέτοιων βαρών, άρα είναι και αυτό πολλαπλάσιο του 3.

**ε)** Επειδή ούτε το 2008 ούτε το 2009 διαιρούνται δια 3 (διότι το άθροισμα των ψηφίων τους δεν διαιρείται δια 3), δε μπορούμε να ζυγίσουμε ούτε βάρος 2008 ούτε βάρος 2009 γραμ.