

ΥΠΟΥΡΓΕΙΟ ΠΑΙΔΕΙΑΣ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΣΜΟΥ
ΥΠΗΡΕΣΙΑ ΕΞΕΤΑΣΕΩΝ

ΠΑΓΚΥΠΡΙΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2018

Μάθημα: ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΚΟΙΝΟΥ ΚΟΡΜΟΥ (43)

Ημερομηνία και ώρα εξέτασης: Δευτέρα, 21 Μαΐου 2018

8:00–11:00

ΤΟ ΕΞΕΤΑΣΤΙΚΟ ΔΟΚΙΜΙΟ ΑΠΟΤΕΛΕΙΤΑΙ ΑΠΟ ΕΞΙ (6) ΣΕΛΙΔΕΣ.
Στο τέλος του δοκιμίου επισυνάπτεται ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ, το οποίο
αποτελείται από (2) σελίδες.

ΜΕΡΟΣ Α΄: Αποτελείται από 10 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 10 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 5 μονάδες.

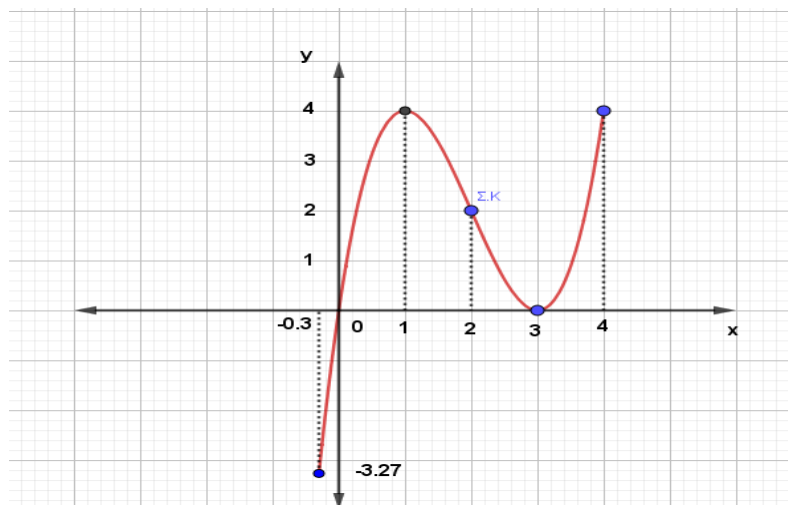
1. Να βρείτε το ολοκλήρωμα $\int (3x^6 - 2x^3 + 8x + 1)dx$.
2. Οι ελάχιστες ημερήσιες θερμοκρασίες (σε βαθμούς κελσίου) που καταγράφηκαν στο Τρόδος κατά το πρώτο δεκαήμερο του Ιανουαρίου 2018 ήταν:

12, 16, 17, 8, 6, 9, 12, 11, 11, 9

Να υπολογίσετε:

- α) τα τεταρτημόρια Q_1 , Q_2 και Q_3
 - β) το εύρος (R) των παρατηρήσεων καθώς και το ενδοτεταρτημοριακό εύρος (IQR).
3. Σε ένα σχολείο φοιτούν στη Β΄ Λυκείου 205 μαθητές. Οι 80 μαθητές από αυτούς επέλεξαν το μάθημα της Φυσικής, οι 65 επέλεξαν το μάθημα της Βιολογίας και οι 34 επέλεξαν και τα δύο μαθήματα. Να βρείτε πόσοι μαθητές δεν επέλεξαν κανένα από τα δύο αυτά μαθήματα.

4. Στο πιο κάτω σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας τριτοβάθμιας πολυωνυμικής συνάρτησης $f: [-0,3, 4] \rightarrow \mathbb{R}$ η οποία παρουσιάζει σημείο καμπής στο $x = 2$.



Να βρείτε τις τιμές του x για τις οποίες ισχύει:

- α) $f'(x) = 0$
- β) $f''(x) = 0$
- γ) $f'(x) < 0$
- δ) $f'(x) > 0$ και $f''(x) > 0$

5. Δίνονται δύο ενδεχόμενα A, B του ίδιου δειγματικού χώρου Ω , με $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{1}{4}$ και $P(A/B) = \frac{3}{4}$.

α) Να υπολογίσετε τις πιθανότητες:

- i) $P(A - B)$
- ii) $P(A' \cup B')$
- iii) $P(B/A)$

β) Να εξετάσετε αν τα ενδεχόμενα A και B είναι ανεξάρτητα.

6. Δίνονται τα σύνολα $A = \{\alpha, \beta, \gamma, \delta\}$ και $B = \{\epsilon, \omicron, \eta\}$.
Να βρείτε το πλήθος των λέξεων με πέντε γράμματα (με νόημα ή χωρίς νόημα) που μπορούν να σχηματιστούν, αν επιλέξουμε τυχαία τρία γράμματα από το σύνολο A και δύο γράμματα από το σύνολο B .
7. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \alpha x^3 + \beta x^2 - 9x + 1$, όπου $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Η συνάρτηση f παρουσιάζει τοπικό ακρότατο στο $x = -1$ και σημείο καμπής στο $x = 1$.
Να βρείτε τις τιμές των α και β .
8. Τα στοιχεία του συνόλου Ω είναι όλοι οι εξαψήφιοι αριθμοί που σχηματίζονται με τα ψηφία 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, χωρίς επανάληψη.
α) Να βρείτε το πλήθος των στοιχείων του συνόλου Ω .
β) Αν πάρουμε τυχαία ένα αριθμό από το σύνολο Ω , να βρείτε την πιθανότητα ο αριθμός που επιλέγηκε να είναι πολλαπλάσιο του 5.
9. Δίνεται η συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, η οποία είναι δύο φορές παραγωγίσιμη με $f''(x) = 12x$. Να βρείτε τον τύπο της f για την οποία ισχύουν $f'(1) = 0$ και $f(2) = 3$.
10. Το ύψος ενός κολουρου κώνου είναι τετραπλάσιο της ακτίνας της μικρής βάσης του. Η ακτίνα της μεγάλης βάσης του είναι ίση με το ύψος του.
Αν ο όγκος του είναι ίσος με $1792\pi \text{ m}^3$, να υπολογίσετε:
α) το μήκος της ακτίνας της μικρής βάσης του,
β) το εμβαδόν της ολικής του επιφάνειας ($E_{ολ}$).

ΤΕΛΟΣ ΜΕΡΟΥΣ Α΄
ΑΚΟΛΟΥΘΕΙ ΤΟ ΜΕΡΟΣ Β΄

ΜΕΡΟΣ Β΄: Αποτελείται από 5 ασκήσεις. Να λύσετε και τις 5 ασκήσεις.

Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Σε ένα τηλεοπτικό διαγωνισμό ταλέντων συμμετείχαν εννέα (9) διαγωνιζόμενοι, οι οποίοι βαθμολογήθηκαν από το κοινό (με τηλεψηφοφορία) και από κριτική επιτροπή. Τα αποτελέσματα παρουσιάζονται στον παρακάτω πίνακα:

Διαγωνιζόμενος	Βαθμολογία κριτικής επιτροπής (X)	Βαθμολογία κοινού (Y)
Δ1	9	8
Δ2	3	4
Δ3	1	2
Δ4	4	6
Δ5	5	4
Δ6	8	7
Δ7	6	6
Δ8	2	3
Δ9	7	5

- α) Να υπολογίσετε τον συντελεστή συσχέτισης (r) των δύο μεταβλητών X (βαθμολογία κριτικής επιτροπής) και Y (βαθμολογία κοινού).
- β) Να χαρακτηρίσετε το είδος της συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών και να την ερμηνεύσετε.

2. Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο $f(x) = 2x^3 - 3x^2$.

Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού της, τα σημεία τομής της γραφικής παράστασης G_f της συνάρτησης f με τους άξονες των συντεταγμένων, τα διαστήματα μονοτονίας και τα τοπικά ακρότατα, τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση f είναι κυρτή ή κοίλη, τα σημεία καμπής της, τη συμπεριφορά της f στα άκρα του πεδίου ορισμού της, να κάνετε την γραφική της παράσταση.

3. Μια εργοληπτική εταιρεία κατασκευάζει εξοχικές κατοικίες. Το συνολικό κόστος (K) κατασκευής x εξοχικών κατοικιών, σε χιλιάδες ευρώ το χρόνο, δίνεται από τον τύπο $K(x) = 50 + 3x$, $0 \leq x \leq 95$.

Η τιμή πώλησης κάθε εξοχικής κατοικίας είναι $(20 - \frac{x}{10})$ χιλιάδες ευρώ.

α) Να αποδείξετε ότι η συνάρτηση του κέρδους (P) από την πώληση x εξοχικών κατοικιών, σε χιλιάδες ευρώ το χρόνο, δίνεται από τον τύπο:

$$P(x) = 17x - \frac{x^2}{10} - 50, \quad 0 \leq x \leq 95.$$

β) Να βρείτε πόσες εξοχικές κατοικίες πρέπει να κατασκευάζει η εργοληπτική εταιρεία το χρόνο, ώστε να έχει το μέγιστο δυνατό κέρδος.

4. Δίνεται η λέξη Σ Τ Ο Χ Α Σ Μ Ο Σ.

α) i) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης.

ii) Να βρείτε το πλήθος των αναγραμματισμών της πιο πάνω λέξης, που έχουν τα φωνήεντα σε συνεχόμενες θέσεις.

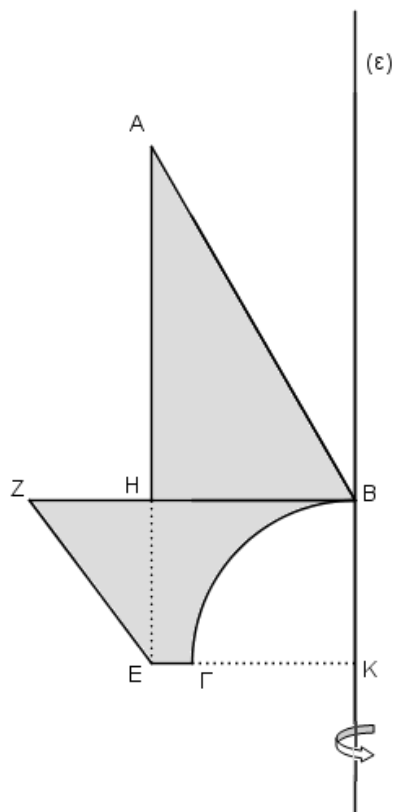
β) i) Αν πάρουμε στην τύχη ένα από τους αναγραμματισμούς της λέξης

ΣΤΟΧΑΣΜΟΣ, να βρείτε την πιθανότητα του ενδεχομένου:

$A = \{\text{Ο αναγραμματισμός περιέχει τη λέξη ΣΤΟΧΟΣ}\}$

ii) Αν ο αναγραμματισμός περιέχει την λέξη ΣΤΟΧΟΣ, να βρείτε την πιθανότητα η λέξη ΣΤΟΧΟΣ να μην είναι στο τέλος του αναγραμματισμού.

5. Στο πιο κάτω σχήμα το ZBKE είναι ορθογώνιο τραπέζιο με ZB και EK κάθετες στην ευθεία (ϵ) και $ZB = 8\text{cm}$. Το σημείο Γ βρίσκεται πάνω στην EK και το τόξο ΓB ανήκει στον κύκλο με κέντρο K και ακτίνα $KB = 4\text{cm}$. Το AHB είναι ορθογώνιο τρίγωνο με $\hat{H} = 90^\circ$, $\hat{A} = 30^\circ$ και $HB = 5\text{cm}$. Το σκιασμένο χωρίο ABΓΕΖΗΑ στρέφεται πλήρη στροφή γύρω από την ευθεία (ϵ). Να υπολογίσετε:
- το εμβαδόν της ολικής επιφάνειας ($E_{ολ}$) και
 - τον όγκο (V) του στερεού που παράγεται.



ΤΕΛΟΣ ΕΞΕΤΑΣΗΣ