ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι (Α'ΟΜΑΔΑΣ) 2014 (ημερήσια)

ΘΕΜΑ Α

Α1. Μια συνάρτηση $f:[\alpha,\beta]\rightarrow\mathbb{R}$ λέγεται συνεχής στο διάστημα [α,β], αν είναι συνεχής σε κάθε $x_0\in(\alpha,\beta)$ και επιπλέον έχουμε ότι $\lim\limits_{x\to\alpha^+} f(x)=f(\alpha)$, $\lim\limits_{x\to\beta^-} f(x)=f(\beta)$.

Α2. α) Σωστό β) Λάθος γ)Λάθος δ)Λάθος ε)Σωστό

Α3. α) $(f-g)'(x)=f'(x)-g'(x)$

β) $\int_{\alpha}^{\beta}\sigma\upsilon\nu x dx=\eta\mu\beta-\eta\mu\alpha$

γ) $\lim\limits_{x\to x_0}|f(x)|=|\ell|$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $x\cdot f(x)-2\cdot f(x)=x^2-4\Leftrightarrow(x-2)\cdot f(x)=x^2-4\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{x^2-4}{x-2}$

Β2. $\lim\limits_{x\to2}f(x)=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{x^2-4}{x-2}\overset{\frac{0}{0}}{=}\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(x-2)(x+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}(x+2)=2+2=4$

Β3. Η f συνεχής στο $\mathbb{R}$. Άρα η f είναι συνεχής στο x=2, οπότε $\lim\limits_{x\to2}f(x)=f(2)=4$.

ΘΕΜΑ Γ

Γ1.

Κλάσεις	**ν_i**	**Κέντρο κλάσης x_i**	$x_i\nu_i$	**Σχετική συχνότητα f_i%**
[25,35)	100	30	3000	50
[35,45)	50	40	2000	25
[45,55)	40	50	2000	20
[55,65)	10	60	600	5
Σύνολα	200	-------------------	7600	100

Γ2. $\bar{x} = \dfrac{7600}{200} = 38$

Γ3. Τουλάχιστον 45 χρόνια υπηρεσίας είχε το $f_3\% + f_4\% = 25\%$ των υπαλλήλων.

Γ4. $\bar{x}' = \dfrac{7600 - 5\cdot 60 - 5\cdot 40 + 10\cdot 30}{200-5-5+10} = \dfrac{7600-300-200+300}{200} = \dfrac{7400}{200} = 37$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f'(x) = \left(e^x\right)' \cdot (x-1) + \left(e^x\right)\cdot (x-1)' = e^x \cdot (x-1) + e^x \cdot 1 = f(x) + e^x$

Δ2. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x \cdot (x-1) + e^x = 0 \Leftrightarrow e^x \cdot (x-1+1) = 0 \Leftrightarrow e^x \cdot x = 0$

Επομένως $\begin{cases} e^x = 0 \ \ (\text{αδύνατη}) \\ x = 0 \end{cases}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
f ' (x)	-	0	+
f (x)	↘		↗
		Τ.Ε.	

Η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $(-\infty, 0]$.

Η f είναι γνησίως αύξουσα στο $[0, +\infty)$.

Η f παρουσιάζει στο x = 0 Τοπικό Ελάχιστο με τιμή:

$$f(0) = e^0 \cdot (0-1) = 1\cdot(-1) = -1$$

Δ3. $E = \int_{-1}^{1} |g(x)|dx = \int_{-1}^{1} \left|f(x) + e^x\right| dx = \int_{-1}^{1} |f'(x)| dx$

Από το Δ2 ερώτημα στο $(-\infty,0)$ ισχύει $f'(x)<0$. Άρα στο $[-1,0)$ ισχύει $f'(x)<0$

Από το Δ2 ερώτημα στο $(0,+\infty)$ ισχύει $f'(x)>0$. Άρα στο $(0,1]$ ισχύει $f'(x)>0$.

$$E=\int_{-1}^{1}\left|f'(x)\right|dx=-\int_{-1}^{0}f'(x)dx+\int_{0}^{1}f'(x)dx=-\left[f(x)\right]_{-1}^{0}+\left[f(x)\right]_{0}^{1}=-\left(f(0)-f(-1)\right)+\left(f(1)-f(0)\right)=$$

$$=-f(0)+f(-1)+f(1)-f(0)=-\left(-1\right)+e^{-1}\left(-1-1\right)+e^{1}\left(1-1\right)-\left(-1\right)=1-\frac{2}{e}+1\cdot 0+1=2-\frac{2}{e}\text{ τ.μ.}$$