



ΑΛΓΕΒΡΑ

Α' Γενικού Λυκείου

Σάββατο 4 Μαΐου 2019 | Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΘΕΜΑΤΑ

ΘΕΜΑ Α

A1. Να μετασχηματίσετε την εξίσωση $ax^2 + bx + \gamma = 0$ με τη βοήθεια του τύπου του Vieta, δηλαδή του αθροίσματος S και του γινομένου P των ριζών της.

(8 μόρια)

A2. Τι ονομάζουμε απόλυτη τιμή ενός πραγματικού αριθμού; Πώς συμβολίζεται;

(5 μόρια)

A3. Να χαρακτηρίσετε κάθε πρόταση ως σωστή (Σ) ή ως λάθος (Λ) από τις παρακάτω:

α. Ισχύει $\sqrt{x^2} = x$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$.

β. Για κάθε $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$ ισχύει: $\sqrt{\alpha \cdot \beta} = \sqrt{\alpha} \cdot \sqrt{\beta}$.

γ. Για κάθε $\alpha \in \mathbb{R}$ ισχύει $\alpha^2 > 0$.

δ. Ισχύει $|x| < \theta \Leftrightarrow -\theta < x < \theta$ για κάθε $\theta \in \mathbb{R}$.

ε. Αν x_1, x_2 οι ρίζες του τριώνυμου $f(x) = ax^2 + bx + \gamma$, τότε αυτό γράφεται ως γινόμενο παραγόντων στην μορφή $f(x) = a(x + x_1)(x + x_2)$.

στ. Αν α, β, γ διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου, τότε $\beta = \frac{\alpha - \gamma}{2}$.

(12 μόρια)



2019 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η εξίσωση $x^2 - 4x + |\lambda - 1| = 0$.

B1. Βρείτε για ποιες τιμές του λ η εξίσωση έχει πραγματικές ρίζες. (6 μόρια)

B2. Για ποιες τιμές του $\lambda \in \mathbb{R}$ ισχύει $x_1 \cdot x_2 \geq 2$; Γράψτε τις απαντήσεις σε μορφή διαστήματος. (4+3 μόρια)

B3. Βρείτε τις τιμές των παρακάτω παραστάσεων αν $\lambda = 2$:

$$A = x_1^2 + x_2^2 \quad K = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$$
$$B = x_1^2 \cdot x_2^2$$

(6 μόρια)

B4. Να λύσετε την εξίσωση $\frac{|x-K|}{2} = \frac{2|K-x|}{3} - 1$. (6 μόρια)

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Δίνεται η εξίσωση $\left(\frac{x}{x-4}\right)^2 + \frac{x}{4-x} = 2$.

α) Να λύσετε την εξίσωση. (6 μόρια)

β) Αν η μικρότερη από τις ρίζες είναι ο 2^{ος} όρος γεωμετρικής προόδου a_2 και η μεγαλύτερη ο 4^{ος} όρος a_4 της προόδου, να βρείτε:

- i.** τον 1^ο όρο a_1 της προόδου.
- ii.** τον λόγο λ της προόδου.
- iii.** το άθροισμα των 7 πρώτων όρων της.

(6 μόρια)



2019 | Απρίλιος | Φάση 3 | Διαγωνίσματα Επανάληψης

Γ2. α) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = x^2 - 3(x - 1) + κ$. Να βρείτε το $κ$ ώστε η συνάρτηση να διέρχεται από το σημείο $M(1, -2)$. (3 μόρια)

β) Αν $κ = -3$:

i. να λύσετε την ανίσωση $f(x) \geq x + 21$. (4 μόρια)

ii. να δείξετε ότι ισχύει: $\frac{2017}{2 - \sqrt{2019 - f(1)}} + \frac{2017}{2 + \sqrt{2019 - f(1)}} = -4$. (6 μόρια)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}$.

Δ1. Βρείτε το πεδίο ορισμού της. (3 μόρια)

Δ2. Γράψτε τη συνάρτηση με δίκλαδο τύπο. (3 μόρια)

Δ3. Να αποδείξετε ότι $f(\sqrt{αβ}) \geq \sqrt{f(α) \cdot f(β)}$, αν $α, β \geq 2$. (7 μόρια)

Δ4. Αν $g(x) = \frac{x}{\sqrt{f(x)}}$ με $x > 2$,

α) Δείξτε ότι οι αριθμοί $g(3)$ και $\frac{g(6)}{9}$ είναι αντίστροφοι. (3 μόρια)

β) Να βρείτε την ευθεία (ϵ) η οποία διέρχεται από την αρχή των αξόνων και το σημείο $A(3, f(3))$, όπως επίσης και τα κοινά της σημεία με την C_g . (4+5 μόρια)