

ΤΑΞΗ: Β΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ
ΜΑΘΗΜΑ: ΑΛΓΕΒΡΑ/ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ
Ημερομηνία: Τετάρτη 19 Απριλίου 2017
Διάρκεια Εξέτασης: 3 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Αν $a > 0$ με $a \neq 1$, τότε για οποιαδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να αποδείξετε ότι ισχύει:
 $\log_a(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_a \theta_1 + \log_a \theta_2$.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν το άθροισμα δύο μη μηδενικών πολυωνύμων είναι μη μηδενικό πολυώνυμο, τότε ο βαθμός του είναι πάντα ίσος με τον μέγιστο των βαθμών των πολυωνύμων αυτών.

β) Αν για μια συνάρτηση $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ισχύει ότι $f(1) < f(2)$, τότε η f είναι υποχρεωτικά γνησίως αύξουσα στο σύνολο \mathbb{R} .

γ) Η γραφική παράσταση της συνάρτησης f με $f(x) = \varphi(x+c)$, όπου c θετική σταθερά, προκύπτει από μια οριζόντια μετατόπιση της γραφικής παράστασης της συνάρτησης φ κατά c μονάδες προς τα αριστερά.

δ) Αν $x \neq 0$, τότε ισχύει πάντα $\log x^2 = 2 \cdot \log x$.

ε) Υπάρχουν τιμές του $x \in \mathbb{R}$ έτσι, ώστε να ισχύει, $e^{-x} < 0$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2 \cdot \eta\mu\left(\frac{x}{2}\right)$, $x \in \mathbb{R}$ και η παράσταση

$$A = \frac{-\sigma\upsilon\nu(\pi + \theta) \cdot \sigma\upsilon\nu\left(\frac{19\pi}{2} - \theta\right) \cdot \sigma\varphi(\pi - \theta) \cdot \sigma\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)}{\sigma\upsilon\nu(\pi - \theta) \cdot \eta\mu(\pi + \theta) \cdot \varepsilon\varphi\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) \cdot \varepsilon\varphi(2\pi + \theta)}$$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

E_3.Μλ2ΓΑ(ε)

B1. Να δείξετε ότι $A = 1$.

Μονάδες 8

B2. Να βρείτε τη μέγιστη και την ελάχιστη τιμή της συνάρτησης f . Στη συνέχεια, να βρείτε την περίοδο της f και να κάνετε τη γραφική της παράσταση σε διάστημα πλάτους μιας περιόδου.

Μονάδες 8

B3. Να βρείτε τα $x \in \mathbb{R}$, για τα οποία ισχύει $f(x) = A$, όπου A η τιμή της παράστασης του ερωτήματος B1.

Μονάδες 6

B4. Να συγκρίνετε τις τιμές $f\left(\frac{5\pi}{4}\right)$ και $f\left(\frac{11\pi}{6}\right)$.

Μονάδες 3

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x) = (\lambda^2 - 1)x^4 - (\lambda - 1)x^3 + \lambda x^2 - 7x + \lambda^2 + 5$, $\lambda \in \mathbb{R}$ το οποίο είναι τρίτου ($3^{\text{ου}}$) βαθμού.

Γ1. Να βρείτε τον αριθμό λ .

Μονάδες 6

Για $\lambda = -1$

Γ2. Να βρείτε τα σημεία στα οποία η γραφική παράσταση της πολυωνυμικής συνάρτησης $P(x)$ τέμνει τον άξονα $x'x$.

Μονάδες 6

Γ3. Έστω, επίσης, το πολυώνυμο $Q(x) = x^3 - (\mu + 1)x^2 + (\mu - 1)x + 2$, $\mu \in \mathbb{R}$ το οποίο έχει παράγοντα το $x - 2$.

α) Να δείξετε ότι $\mu = 2$ (Μονάδες 4) και να γράψετε την ταυτότητα της διαίρεσης του $Q(x)$ δια του $x + 3$ (Μονάδες 2).

Μονάδες 6

β) Να λύσετε την ανίσωση: $\frac{x^2 - 6x + 19}{Q(x) + 55} + \frac{2x^2 + x - 6}{P(x)} < 0$.

Μονάδες 7

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ 2017
Β' ΦΑΣΗ

Ε_3.Μλ2ΓΑ(ε)

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \left(1 - \frac{1}{\ln a}\right)^x$.

Δ1. Να βρείτε τις τιμές του $a \in \mathbb{R}$ για τις οποίες η συνάρτηση f ορίζεται σε όλο το \mathbb{R} . (Μονάδες 3) Για ποιές από αυτές τις τιμές η συνάρτηση f είναι γνησίως αύξουσα στο \mathbb{R} ; (Μονάδες 2)

Μονάδες 5

Δ2. Να αποδείξετε ότι $f(-x) = \frac{1}{f(x)}$ για κάθε $x \in \mathbb{R}$ (Μονάδα 1) και στη συνέχεια, αν $0 < a < 1$, να λύσετε την ανίσωση $f(e^x) \cdot f\left(-\frac{1}{2}\right) > 1$. (Μονάδες 3)

Μονάδες 4

Δ3. Δίνεται ότι η τιμή της παραμέτρου a είναι ίση με:

$$a = \frac{1}{2} \log_3 81 + \log_3 15 - \log_3 5 - e^{\frac{1}{\ln 9}} + e^{\frac{\ln 2}{\ln 4}}$$

α) Να αποδείξετε ότι $a = e^{-\frac{1}{2}}$ (Μονάδες 3) και να βρείτε τον τύπο της συνάρτησης f . (Μονάδα 1)

Μονάδες 4

β) Να λύσετε την ανίσωση: $\ln 2 + \ln(f(2x)) < x \ln 2 + \ln(2^x + f(x))$

Μονάδες 6

γ) Αφού αποδείξετε ότι $(2 + \sqrt{f(1)}) \cdot (2 - \sqrt{f(1)}) = 1$ (Μονάδα 1), να λύσετε

την εξίσωση: $(2 + \sqrt{f(1)})^x + (2 - \sqrt{f(1)})^x = 4$. (Μονάδες 5)

Μονάδες 6

Σας ευχόμαστε επιτυχία στις εξετάσεις

ΤΕΛΟΣ ΘΕΜΑΤΩΝ