

ΤΑΞΗ: Α΄ ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ

ΜΑΘΗΜΑ: ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Ημερομηνία: Κυριακή 13 Απριλίου 2014

Διάρκεια Εξέτασης: 2 ώρες

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

A1. Δείξτε ότι τα εφαπτόμενα τμήματα κύκλου (O, ρ) , που ~~άγονται από~~ σημείο P εκτός αυτού, είναι ίσα μεταξύ τους.

Μονάδες 15

A2. Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α) Αν δύο ευθείες, τεμνόμενες από τρίτη ευθεία σχηματίζουν δύο εντός και επί τα αυτά μέρη γωνίες παραπληρωματικές τότε είναι παράλληλες.

β) Οι τρεις μεσοκάθετοι ενός τριγώνου διέρχονται υποχρεωτικά από το ίδιο σημείο το οποίο λέγεται περίκεντρο του τριγώνου.

γ) Η γωνία που σχηματίζεται από μία χορδή κύκλου και την εφαπτομένη στο άκρο της χορδής ισούται με την επίκεντρη που βαίνει στο τόξο της χορδής.

Μονάδες 6

A3. Να επιλέξετε την σωστή απάντηση στις παρακάτω προτάσεις και να σημειώστε στο τετράδιό σας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση το γράμμα της σωστής απάντησης.

α) Για την διάκεντρο δύο τεμνόμενων κύκλων ισχύει:

i. Είναι πάντοτε μεσοκάθετη της κοινής χορδής.

ii. Έχει πάντοτε μεσοκάθετη την κοινή χορδή.

iii. Είναι ίση με το άθροισμα των ακτίνων των κύκλων.

β) Ένα τετράπλευρο είναι πάντοτε εγγράψιμο αν:

i. Έχει δύο απέναντι γωνίες ίσες.

ii. Έχει δύο απέναντι γωνίες παραπληρωματικές.

iii. Οι απέναντι πλευρές έχουν σταθερό άθροισμα.

Μονάδες 4

ΘΕΜΑ Β

Έστω ισοσκελές τρίγωνο $ABΓ$ ($AB = AΓ$). Στη προέκταση της βάσης $BΓ$ προς το B παίρνουμε τμήμα $BΔ$ και στη προέκταση της ίδιας βάσης προς το $Γ$ παίρνουμε τμήμα $ΓΕ$ ώστε $BΔ = ΓΕ$.

B1. Ναδειχθεί ότι το τρίγωνο $AΔΕ$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 9

B2. Ναδειχθεί ότι οι αποστάσεις $BΖ$ και $ΓΗ$ των κορυφών B και $Γ$ από τις πλευρές $AΔ$ και $AΕ$ αντίστοιχα, είναι ίσες.

Μονάδες 9

B3. Αν οι ευθείες $BΖ$, $ΓΗ$ τέμνονται στο M , ναδειχθεί ότι το τρίγωνο $BΜΓ$ είναι ισοσκελές.

Μονάδες 7

ΘΕΜΑ Γ

Σε ορθογώνιο παραλληλόγραμμο $ABΓΔ$ η διαγώνιος $AΓ$ είναι διπλάσια από την πλευρά $AΔ$. Αν O είναι το κέντρο του ορθογωνίου, M το μέσο της πλευράς $ΓΔ$ και Θ το σημείο τομής των AM και $BΔ$ και $\Theta O = \alpha$, όπου α γνωστό τμήμα, τότε:

Γ1. Δείξτε ότι $\angle AΓΔ = 60^\circ$ και υπολογίστε τις γωνίες του τριγώνου $AΟΔ$.

Μονάδες 9

Γ2. Δείξτε ότι το Θ είναι το βαρύκεντρο του τριγώνου $AΔΓ$ και να υπολογίστε σαν συνάρτηση του α τα τμήματα: $\ThetaΔ$, $AΓ$, $AΔ$.

Μονάδες 8

Γ3. Αν N μέσο της πλευράς $BΓ$ τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο $BNMΔ$ είναι τραπέζιο με διάμεσο ίση με $\frac{\theta\alpha}{2}$.

Μονάδες 8

ΘΕΜΑ Δ

Έστω οξυγώνιο τρίγωνο $\triangle AB\Gamma$ ($AB < A\Gamma$), $A\Delta$ διχοτόμος της γωνίας \hat{A} και M μέσο της πλευράς $B\Gamma$. Φέρνουμε την $BE \perp A\Delta$, η οποία τέμνει την $A\Gamma$ στο σημείο Z και από το Z τη $Z\Theta \perp B\Gamma$ και από το Γ την $\Gamma K \perp A\Delta$, που τέμνει την AB στο Λ .

- Δ1.** Δείξτε ότι το E είναι μέσο της BZ και ότι το τρίγωνο $\triangle BE\Theta$ είναι ισοσκελές.
Μονάδες 6
- Δ2.** Αν AH το ύψος του τριγώνου $\triangle AB\Gamma$ τότε δείξτε ότι το τετράπλευρο $ABHE$ είναι εγγράψιμο
Μονάδες 6
- Δ3.** Δείξτε ότι $Z\Gamma = B\Lambda$.
Μονάδες 6
- Δ4.** Δείξτε ότι το τρίγωνο $\triangle EMK$ είναι ισοσκελές και ότι η γωνία \hat{EMK} είναι παραπληρωματική της γωνίας \hat{A} .
Μονάδες 7

