

**ΤΑΞΗ: Β' ΓΕΝΙΚΟΥ ΛΥΚΕΙΟΥ**  
**ΜΑΘΗΜΑ: ΆΛΓΕΒΡΑ / ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ**

**Ημερομηνία: Κυριακή 1 Απριλίου 2012**

**ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ**

**ΘΕΜΑ Α**

- A.1.** Να δώσετε τον ορισμό της αριθμητικής προόδου. *Μονάδες 3*
- A.2.** Να αποδείξετε οι  $\alpha, \beta, \gamma$  είναι διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου αν και μόνο αν  $2\beta = \alpha + \gamma$ . *Μονάδες 6*
- A.3.** Να χαρακτηρίσετε τις παρακάτω προτάσεις, γράφοντας δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.
- α)** Το 5 είναι μία πιθανή ακέραια ρίζα της εξίσωσης  $2x^3 - \lambda x^2 + 6x - 5 = 0$ , όπου  $\lambda \in \mathbb{Z}$ .
  - β)** Υπάρχουν τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  έτσι, ώστε να ισχύει  $e^{-x} < 0$ .
  - γ)** Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης δύο πολυωνύμων είναι πολυώνυμο μηδενικού βαθμού, τότε η διαίρεση λέγεται τέλεια.
  - δ)** Η εξίσωση  $\eta\mu x = \alpha$ , όπου  $|\alpha| > 1$ , έχει λύση στο  $\mathbb{R}$ .
  - ε)** Το άθροισμα των πρώτων  $n$  όρων γεωμετρικής προόδου  $(\alpha_n)$  με λόγο  $\lambda=1$  και πρώτο όρο  $\alpha_1$  είναι ίσο με  $S_n = (\alpha_1)^n$ , για κάθε  $n \in \mathbb{N}^*$ .

*Μονάδες 5x2=10*

- A.4.** Να μεταφέρετε στο τετράδιο σας τον παρακάτω πίνακα και να τον συμπληρώσετε έτσι, ώστε τα στοιχεία της κάθε γραμμής να είναι ίσα:

Αριθμός	Με μορφή λογαρίθμου	Με μορφή δύναμης
8	$\log_7(\dots\dots\dots)$	$3^{(\dots\dots\dots)}$
.....	$\log_3(3^4)$	$8^{2\log_8(\dots\dots)}$
.....	$\log(\dots\dots\dots)$	$e^{\ln 2012}$

*Μονάδες 6x1=6*

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η πολυωνυμική συνάρτηση  $f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ .

**B.1.** Να λύσετε την εξίσωση  $f(x) = 0$ .

*Μονάδες 6*

**B.2.** Να λύσετε τις τριγωνομετρικές εξισώσεις  $\eta\mu x = \alpha$ ,  $\sigma\upsilon\nu x = \beta$  όπου  $\alpha$  η διπλή ρίζα της παραπάνω εξίσωσης και  $\beta$  ή άλλη ρίζα της ίδιας εξίσωσης.

*Μονάδες 6*

**B.3.** Να βρείτε τις τιμές του  $x \in \mathbb{R}$  έτσι, ώστε η γραφική παράσταση της  $f$ , να μην είναι πάνω από τον άξονα των  $x'x$ .

*Μονάδες 8*

**B.4.** Να γράψετε την ταυτότητα της ευκλείδειας διαίρεσης  $f(-x) : (x^2 + 1)$ .

*Μονάδες 5*

**ΘΕΜΑ Γ**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $f(x) = \alpha x^2 + \beta x + \gamma$  και  $g(x) = \eta\mu^2 x + \alpha + \beta + \gamma$ , όπου  $\alpha, \beta, \gamma$  θετικοί πραγματικοί αριθμοί και  $\ln \alpha, \ln \beta, \ln \gamma$  διαδοχικοί όροι αριθμητικής προόδου.

**Γ.1.** Να δείξετε ότι η συνάρτηση  $h(x) = \ln(f(x))$ , έχει πεδίο ορισμού το  $\mathbb{R}$ .

*Μονάδες 5*

**Γ.2.** Έστω γεωμετρική πρόοδος  $(\alpha_n)$  με  $\alpha_1 = \alpha = \ln e$ ,  $\alpha_2 = e^{\ln \beta}$  και  $\alpha_3 = 10^{\log \gamma}$  και  $\alpha_5 = 256$

**α)** Να βρείτε τους αριθμούς  $\alpha, \beta$  και  $\gamma$ .

*Μονάδες 6*

**β)** Για  $\alpha=1, \beta=4$  και  $\gamma=16$  να λύσετε την εξίσωση  $f(\sigma\upsilon\nu x) = g(x)$ , στο διάστημα  $(0, 4\pi]$ .

*Μονάδες 8*

**Γ.3.** Έστω αριθμητική πρόοδος  $(\beta_n)$  με θετική διαφορά  $\omega$  και με  $\beta_1, \beta_2$  τις λύσεις της εξίσωσης  $f(\sigma\upsilon\nu x) = g(x)$ , στο διάστημα  $(0, 4\pi]$ . Αν το άθροισμα των πρώτων  $n$  όρων της αριθμητικής προόδου  $(\beta_n)$  είναι ίσο με  $2550\pi$ , να βρείτε τον αριθμό  $n$ .

*Μονάδες 6*

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνονται οι συναρτήσεις  $g(x) = \frac{\ln x}{\ln 2}$  και  $f(x) = \frac{1}{\ln(2^x - 3)}$ .

Δ.1. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $g$  και να συγκρίνετε τους αριθμούς  $g(3)$ ,  $2$ .

*Μονάδες 6*

Δ.2. Να βρείτε το πεδίο ορισμού της  $f$ .

*Μονάδες 6*

Δ.3. Αν  $\kappa > 4$  να λύσετε την ανίσωση  $f(\log_2 \kappa) < \frac{1}{2}$ .

*Μονάδες 6*

Δ.4. Αν το υπόλοιπο της διαίρεσης  $(-x^3 - 7x^2 + 6) : (x+1)$  είναι το πολυώνυμο

$$v(x) = (f(\beta) - 1) \cdot x + g(\alpha) + g(\alpha^2) + g(\alpha^3) + \dots + g(\alpha^{20}) - \frac{210}{\ln 2}$$

να δείξετε ότι  $\alpha + 3 = e^{\beta \ln 2}$ , όπου  $\alpha$  ανήκει στο πεδίο ορισμού της  $g$  και  $\beta$  ανήκει στο πεδίο ορισμού της  $f$ .

*Μονάδες 7*

Σας ευχόμαστε επιτυχία