



08
επαναληπτικά
θέματα

ΤΕΕ Β' ΚΥΚΛΟΣ

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ 1^ο

Οι βαθμοί δυο μαθητών μιας τάξης σε πέντε από τα μαθήματα της τάξης αυτής φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

	Μαθητής Α	Μαθητής Β
Ελληνικά	16	14
Μαθηματικά	14	16
Φυσική	15	17
Λογοτεχνία	18	16
Ιστορία	17	λ

- α. Αν γνωρίζετε ότι οι δυο αυτοί μαθητές έχουν την ίδια μέση βαθμολογία στα μαθήματα αυτά, να αποδείξετε ότι $\lambda = 17$.
(μονάδες 6)

Στα επόμενα ερωτήματα β, γ και δ να θεωρήσετε ότι $\lambda = 17$.

- β. Να υπολογίσετε τη διακύμανση S_A^2 των βαθμών του μαθητή Α και τη διακύμανση S_B^2 των βαθμών του μαθητή Β.
(μονάδες 6)

- γ. Ποιος από τους παραπάνω μαθητές Α και Β έχει πιο ομοιογενή βαθμολογία;
(μονάδες 2)

- δ. Η βαθμολογία των υπολοίπων 18 μαθητών της τάξης αυτής στο μάθημα της Ιστορίας είναι: 16, 13, 16, 15, 14, 13, 16, 13, 15, 13, 16, 16, 12, 15, 14, 15, 18 και 16.

- i) Να αντιγράψετε στο τετράδιό σας και να συμπληρώσετε τον παρακάτω πίνακα που αφορά τη βαθμολογία στο μάθημα της Ιστορίας των 20 μαθητών της τάξης αυτής:

Τιμές X_i	Συχνότητες V_i	$V_i \cdot X_i$	Σχετικές Συχνότητες f_i
12			
13			
14			
15			
16			
17			
18			
Αθροίσματα	$v = 20$		

(μονάδες 6)

- ii) Να υπολογίσετε το Εύρος και τη Μέση Βαθμολογία όλων των μαθητών της τάξης αυτής στο μάθημα της Ιστορίας.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 2^ο

Δίνεται η συνάρτηση:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + \mu x - 2}{x - 1}, & \text{αν } x < 1 \\ kx + \lambda, & \text{αν } 1 \leq x \leq 2 \\ \frac{x^2}{2} + \lambda, & \text{αν } x > 2 \end{cases}$$

όπου οι k , λ και μ είναι σταθεροί πραγματικοί αριθμοί.

- α. Αν $f(-1) = 1$, να αποδείξετε ότι $\mu = 1$.

(μονάδες 4)

- β. Για $\mu = 1$:

- i) να υπολογίσετε τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$$

(μονάδες 5)

- ii) να υπολογίσετε τα όρια:

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) \quad \text{και} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$$

(μονάδες 5)

- iii) να προσδιορίσετε τους αριθμούς κ και λ ώστε η συνάρτηση f να είναι συνεχής στα σημεία $x_1 = 1$ και $x_2 = 2$

(μονάδες 6)

- γ. Για $\mu = 1$, να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f στο διάστημα $(-\infty, 1)$.

(μονάδες 5)

ΘΕΜΑ 3^ο

Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = x^2 + 1, \quad x \in \mathbb{R}$$

- α. Να βρείτε την παράγωγο και τα ακρότατα της συνάρτησης f .

(μονάδες 7)

- β. Να υπολογίσετε το όριο:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 1 + x \cdot \ln(x+1)}{x}$$

(μονάδες 7)

- γ. Να βρείτε την παράγουσα $F(x)$ της συνάρτησης $f(x)$ για την οποία ισχύει $3 \cdot F(1) = 7$.

(μονάδες 5)

- δ. Δίνεται η συνάρτηση:

$$g(x) = f'(x) \cdot e^x, \quad x \in \mathbb{R}$$

Να αποδείξετε ότι:

$$g''(x) + g(x) = 2 \cdot g'(x), \quad \text{για κάθε } x \in \mathbb{R}.$$

(μονάδες 6)

ΘΕΜΑ 4^ο

Μια βιομηχανία παράγει εξαρτήματα πλοίων. Το αναμενόμενο κέρδος $P(x)$ (σε χιλιάδες ευρώ) από την πώληση x εξαρτημάτων μηνιαίως δίνεται από τη συνάρτηση:

$$P(x) = -x^3 + 15x^2 + 600x - 300, \quad 0 < x < 30$$

- α. Να υπολογίσετε το αναμενόμενο κέρδος από την πώληση 10 εξαρτημάτων μηνιαίως.
(μονάδες 5)
- β. Να βρείτε τον αριθμό των εξαρτημάτων που πρέπει να πουληθούν μηνιαίως για να έχει η βιομηχανία αυτή το μέγιστο κέρδος καθώς και τη μέγιστη τιμή του κέρδους.
(μονάδες 10)
- γ. Να βρείτε το ρυθμό μεταβολής του κέρδους για $x = 10$.
(μονάδες 4)
- δ. Να βρείτε τη μέγιστη τιμή του ρυθμού μεταβολής του κέρδους.
(μονάδες 6)