ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ Ο.Ε.Φ.Ε. 2003

ΘΕΜΑΤΑ ΑΛΓΕΒΡΑΣ Β' ΛΥΚΕΙΟΥ
ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ

ΘΕΜΑ 1^{Ο}

A$_1$ Αν α>0 με $\alpha \neq 1$ τότε για οποιουσδήποτε $\theta_1, \theta_2 > 0$ να δείξετε ότι ισχύουν :

1. $\log_\alpha(\theta_1 \cdot \theta_2) = \log_\alpha \theta_1 + \log_\alpha \theta_2$
2. $\log_\alpha \theta_1^{\kappa} = \kappa \log_\alpha \theta_1$, $\kappa \in R$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7,5)

A$_2$ Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \log x$, $x \in (0, +\infty)$

Να γράψετε στο τετράδιο σας ποιες από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστές και ποιες λανθασμένες

α) $f(x+y) = f(x) \cdot f(y)$

β) Η f είναι γνησίως αύξουσα συνάρτηση

γ) f(e)=1

(ΜΟΝΑΔΕΣ 7,5)

B$_1$ Αντιστοιχίστε τα νούμερα της στήλης Α με τα γράμματα της στήλης Β

ΣΤΗΛΗ Α	ΣΤΗΛΗ Β
1. ημα	**α.** συνα συν(-β)-ημαημ(-β)
2. συν(α-β)	**β.** $\frac{1-\text{συν}2\alpha}{2}$
3. ημ^{2}α	**γ.** $\eta\mu^2(\frac{\pi}{2}-\alpha) - \sigma\upsilon\nu^2(\frac{3\pi}{2}-\alpha)$
4. ημ(α-β)	**δ.** $2\eta\mu\frac{\alpha}{2}\cdot\sigma\upsilon\nu\frac{\alpha}{2}$
5 συν2α	**ε.** $\sigma\upsilon\nu(\frac{\pi}{2}-\alpha)\cdot\sigma\upsilon\nu\beta - \eta\mu\beta\cdot\eta\mu(\frac{\pi}{2}-\alpha)$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

B$_2$ Να γράψετε στο τετράδιο σας το γράμμα που αντιστοιχεί στην σωστή απάντηση:
Αν σε τρίγωνο ΑΒΓ ισχύει ημΑσυνΒ+ημΒσυνΑ=1 τότε το τρίγωνο είναι

α. Οξυγώνιο　　**β**. Ισόπλευρο

γ. Ορθογώνιο　　**δ**. Κανένα από τα παραπάνω.

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

ΘΕΜΑ 2ο

Δίνεται το πολυώνυμο $P(x)=(\lambda^3-4\lambda)x^3+(\lambda^2-2\lambda)x-\lambda+2$

α) Να βρείτε τον βαθμό του P(x) για τις διάφορες τιμές του λ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

β) Για λ=1 να βρεθεί το P(x) και να δείξετε ότι η γραφική παράσταση της συνάρτησης P διέρχεται από το σημείο (1,-3). **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**

γ) Να λύσετε την ανίσωση P(x)<-3. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 10)**

ΘΕΜΑ 3ο

Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x)=5^{\log x}$ $g(x)=x^{\log 5}$, $x\in(0,+\infty)$

Α. Να αποδείξετε ότι:

1. $f(x)=g(x)$ **2.** $f(x\cdot y)=f(x)\cdot f(y)$

3. $f\left(\dfrac{x}{y}\right)=\dfrac{f(x)}{f(y)}$ **4.** $f(x^\nu)=[\mathrm{f}(x)]^\nu$ $\nu\in\mathrm{N}$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

Β. Να λύσετε την εξίσωση: $f^2(x)=5+4\cdot g(x)$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 8)**

Γ. Να λύσετε την ανίσωση: $f(3x)>f(x^2-4)$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 9)**

ΘΕΜΑ 4ο

Α. Αν $\alpha_1=\ln e$ και $\alpha_4=\ln 8+1$ ο πρώτος και τέταρτος όρος μιας αριθμητικής προόδου να βρεθούν τα εξής.

1. Η διαφορά της προόδου. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 3)**
2. Αν S_ν είναι το άθροισμα των ν πρώτων όρων της παραπάνω αριθμητικής προόδου, να δείξετε ότι: $S_\nu=\nu+\ln 2^{\frac{\nu(\nu-1)}{2}}$ **(ΜΟΝΑΔΕΣ 7)**
3. Να βρεθεί το πλήθος των όρων ώστε :

$$S_\nu=\nu+\frac{1}{2}\ln 2^{\nu^3-21}$$

(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)

Β. Δίνονται οι αριθμοί $6,\alpha_2,\alpha_3,\ldots,\alpha_{\nu-1},36$ ώστε να αποτελούν διαδοχικούς όρους αριθμητικής προόδου.

α) Να βρεθεί η διαφορά της προόδου συναρτήσει του ν. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**

β) Να προσδιορίσετε τον αριθμό ν αν είναι γνωστό ότι ο $\alpha_{\nu-2}$ είναι διπλάσιος του τέταρτου όρου της προόδου. **(ΜΟΝΑΔΕΣ 5)**